

Inducción y matemática justificativa

PABLO RUBIO PÉREZ

Colegiado n° 1.588

La poderosa herramienta matemática, tan imprescindible y útil para el ingeniero, debe completarse en todos los casos con una explicación/justificación racionalizada de los resultados finalmente obtenidos, en cualquier área de su utilización. Esta premisa básica es, por supuesto, imprescindible en las aplicaciones matemáticas a la ingeniería, que quedaría inerte sin una interpretación adecuada de aquéllos, en cuanto a su correspondencia con el tratamiento de una realidad física. Pero, incluso, cuando la matemática se mantiene en su nivel más abstracto, tales explicaciones son igualmente obligadas para que el proceso inductivo y/o deductivo seguido pueda considerarse completo.

Matemáticos destacados han insistido sobre esta exigencia. En el reciente número 327 de *La Voz del Colegiado*, que incluye la reproducción de un sentido recordatorio del ingeniero de Caminos y catedrático, recientemente fallecido, Padre Dou (*sic*), don Alberto Dou i Mas de Xexás, publicado en *ABC* (25/4/2009), suscrito por dos de sus compañeros, en su condición de miembros de la Real Academia de Ciencias, don José Javier Etayo Miqueo y don Alberto Galindo Tixaire, se recogen citas textuales de sus escritos (“Las matemáticas tienen su base en la realidad...”. “Son sustancialmente empíricas, es decir, son una ciencia...”). En su reseña/homenaje, los académicos citados hacen igualmente mención del matemático español, quizá más preclaro en sus propias palabras, don Julio Rey Pastor, quien insistió reiteradamente en la necesidad, que resaltamos aquí, de una interpretación razonada de los resultados finales en todo proceso matemático.

En el mismo número anterior de *La Voz*, hemos publicado una comunicación “Sobre el Su Doku”, que incluye lo que puede ser un buen ejemplo de

esta consideración básica. En el escrito obtuvimos, por vía deductiva, a partir de un análisis particular, una fórmula general, algo compleja, no directamente buscada, que creemos original, de la descomposición sumatoria de la factorial $p!$ en p enteros. La sorpresa del resultado final, no intuitivo, nos llevó *a posteriori* a una explicación completamente lógica del sentido profundo y de la validez universal de dicha expresión.

La aplicación del método inductivo, como alternativa, igualmente válida, al método deductivo, refuerza todavía más la exigencia que comentamos, puesto que se parte, en el origen, de un supuesto, todavía inseguro. Nos referiremos aquí, en concreto, a la comunicación “La inducción”, publicada en el mismo número de *La Voz del Colegiado*, por nuestro compañero Juan Francisco Martínez Cambroneiro, que me ha suscitado la manifestación de esta opinión.

El problema que plantea, y que resuelve por vía inductiva, es la determinación del número total de cuadrados que pueden dibujarse en una cuadrícula perfecta de dimensiones $n \times n$, siendo la solución obtenida:

$$N(n) = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \sum_{h=1}^{h=n} n_h, n_h = h^2.$$

Es posible, sin embargo, una solución deductiva, más simple, que pone, además, de manifiesto la naturaleza intrínseca de esta expresión/resultado final, con identificación del significado de cada uno de los n sumandos n_h , integrantes del resultado total $N(n)$.

Consideremos el cuadrado de dimensiones 1×1 que ocupa en la cuadrícula la posición superior izquierda. Las $n-1$ traslaciones horizontales posibles en la fila superior, hacia la derecha, generan otros $n-1$ cuadrados 1×1 , y cada uno de los n cuadrados, situados en la

fila, da lugar a otros $n-1$ similares, mediante las $n-1$ traslaciones posibles en el sentido vertical hacia abajo. El número de cuadrados de dimensiones 1×1 es, obviamente, n^2 , o también n_n , último término de la suma. Consideremos, igualmente, el cuadrado de dimensiones 2×2 que ocupa el rincón superior izquierdo. En este caso el número de posibles traslaciones horizontales de longitud 1, y de las subsiguientes traslaciones verticales, que generan cuadrados análogos, es $n-2$, operaciones que originan $(n-1)^2$ cuadrados de dimensiones 2×2 , que corresponde al término antecedente inmediato, n_{n-1} . Aplicando sucesivamente este proceso, se va aumentando en una unidad la dimensión del cuadrado que se dibuja, así el cuadrado inicial de dimensiones $h \times h$ es susceptible de $n-h$ traslaciones horizontales, y cada una de ellas, de otras tantas traslaciones verticales, existiendo n_{n-h+1} cuadrados. Finalmente, el cuadrado mayor situado en el rincón superior izquierdo tiene dimensiones $n \times n$, y no admite traslación alguna, originando el primer término de la suma. Por otro lado, la formación indicada de posibles cuadrados es exhaustiva, ya que incluye, de manera única, cualquier cuadrado dibujado posible. Se confirma así la validez de la solución obtenida por el método de inducción, con la explicación añadida de que el sumando de lugar h , esto es h^2 , corresponde al número de posibles cuadrados de dimensiones $(n-h+1) \times (n-h+1)$.

Las otras aplicaciones de la inducción incluidas en dicha comunicación, relativas al cálculo de sumas de términos polinómicos de primero y segundo grado, muy particulares, quedan superadas por las aplicaciones, con validez general para funciones polinómicas enteras, y

que apuntamos aquí, simplemente. Primero, de la simbología y propiedades del cálculo de diferencias finitas:

$$\sum_{h=1}^{h=n} f(h) = \sum_{h=1}^{h=n} (\nabla^h) f(0), \nabla = 1 + \Delta$$

y, segundo, o bien por el método, igualmente universal, de la integración simbólica en números de Bernoulli (con aplicación, a la primitiva, de la fórmula de Mac Laurin):

$$\sum_{h=1}^{h=n} f(h) = \int_B^{B+n} f(x) dx$$

aunque estos procedimientos, de mayor rango matemático operacional, excederían el objeto principal de nuestra exposición.

Debo, finalmente, agradecer al compañero Juan Francisco Martínez Cambronero la oportunidad de disertar sobre un aspecto crucial de la utilidad real de la matemática, lo que ha sido mi principal interés en este escrito, prescindiendo de lo anecdótico del problema planteado. Le pido también, con la simpatía que me produce nuestra afinidad en la adicción matemática, a pesar de estar situados en espacios vitales distantes, que no vea asomo de crítica, sino, por el contrario, una aportación adicional en estas consideraciones, que creo pueden responder a un objetivo principal de *La Voz*, que es el de fomentar la comunicación entre colegiados, como viene sucediendo con otras distintas temáticas. Bien que en este caso sea a través de los escritos de un ingeniero de juventud envidiable, pienso por el número de colegiación, y de un veterano jubilado, con mayor experiencia, por edad, en la matemática y seguramente en lo profesional, y, ¡ay!, en la vida. ■