LA MAGIA DEL TRIÁNGULO: UN TRIÁNGULO MARAVILLOSO

Pablo Rubio Pérez
Colegiado nº 1588

"La Geometría es la llave para desentrañar los misterios del universo" (Platón)

El avisado lector sabrá, sin duda, disculpar el calificativo, intencionadamente excesivo, utilizado en la segunda mitad del título de esta Opinión, que trata sólo de ser remedo y alusión admirativos al del prestigiado film sobre la genialidad tempranamente truncada del matemático y numerólogo John Nash, premio Nobel de Economía 1994 por su tesis doctoral presentada en 1949, ¡a la edad de 21 años!. La esquizofrenia diagnosticada en 1959, nos ha privado de conocer las creaciones importantes que hubiera producido, sin duda, en los años posteriores a la manifestación de su enfermedad.

En la anterior Opinión *La magia del tres* (La Voz, nº 355, marzo 2012) hacíamos referencia a las diversas atribuciones míticas y/o místicas aplicadas al número tres a lo largo de sucesivas culturas y épocas, y también a su traslación al triángulo como la representación icónica más fiel de este número. Cabe hablar, al respecto, principalmente, del triángulo divino de Pitágoras, cuyas longitudes de los lados son múltiplos de los números 3,4 y 5; o del triángulo asimismo rectángulo y, además, isósceles, con otras connotaciones en el mundo esotérico.

Nos referíamos también en aquella opinión, en concreto, a diversas propiedades comunes a un triángulo cualquiera genérico que participan todas ellas de una condición triple simétrica. Ello suponía, por ejemplo, la existencia de otros dos pares de puntos asimilables, en el plano proyectivo, al par formado por el centro de gravedad y el ortocentro del triángulo; y, consecuentemente, la de tres rectas y el mismo número de círculos que pudieran llamarse, con toda propiedad, las tres rectas de Euler y/o los tres círculos de Euler-Feuerbach, según las denominaciones tradicionales usuales. La generalidad en la asignación de tales propiedades a cualquier triángulo tiene la única salvedad en el caso de un triángulo rectángulo, en el que se produce una simplificación significativa como es la coincidencia de los otros dos elementos con comportamiento proyectivo simétrico, añadidos al clásico.

Centrados ya en el campo geométrico puro, entramos así en el terreno de los denominados "triángulos especiales", que comprenden distintas familias con propiedades específicas singulares, *sic*, como más simples, los triángulos rectángulos y/o los isósceles, éstos últimos equiláteros *a fortiori*, y, como contrapunto más sofisticado de los primeros, los denominados triángulos *pseudorrectángulos*, definidos por la existencia de dos ángulos cuya diferencia es $\pi/2$, lo que supone la condición obligada de tratarse de triángulos obtusángulos.

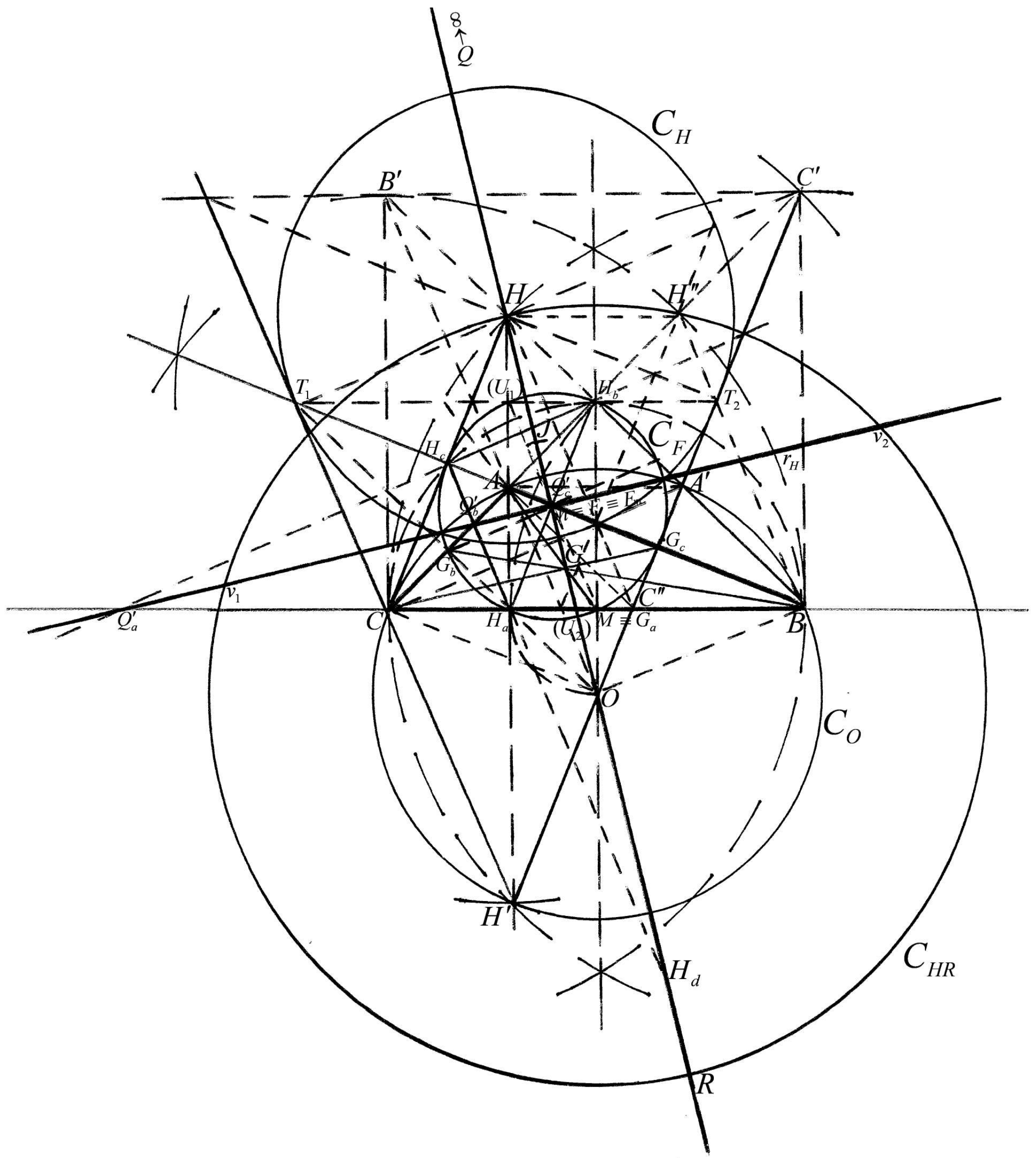
Nuestro comentario sobre un triángulo maravilloso se refiere, en particular, al triángulo de ángulos $5\pi/8, \pi/8$ y $\pi/4$, cuya diferencia entre los dos primeros es, en efecto, $\pi/2$.

Además de las propiedades comunes a la familia *pseudorrectangular* indicada, sobre la que existe diversa literatura matemática especializada cuya consideración excedería de nuestro comentario, nuestra Opinión se refiere a la pertenencia adicional simultánea de este triángulo concreto a otra familia distinta de triángulos obtusángulos, aún más especial, caracterizada por una singularidad, también muy especial, del principal parámetro definitorio en el contexto de la triple geometría dual arriba esbozado.

El tema relativo a esta singularidad es suficientemente complejo y los aficionados a la geometría pueden encontrarlo en la publicación propia como ebook en Bubok, cuya referencia facilitamos en la opinión anteriormente mencionada y que es de descarga gratuita. Como simple apunte diremos que esta segunda familia tiene el valor característico triple del parámetro, -3, en el contexto de la triple simetría dual, y que éste es el único caso, entre todos los triángulos obtusángulos, en el que los dos valores adicionales al valor propio real, asociado al primer par de puntos básicos, centroide y ortocentro, no son imaginarios. En los términos más habituales de la geometría métrica, el valor -3 del mencionado parámetro, corresponde a la siguiente expresión, que se verifica, en efecto, en el triángulo indicado

$$\cos A \cos B \cos C = -\frac{1}{4}. \textbf{ (I)}$$

Es, además, el **único** triángulo pseudorrectángulo que satisface la anterior relación **(I)**, lo que resalta la condición especialmente singular del triángulo. Sin entrar en el estudio detallado del mismo y haciendo un uso práctico del viejo y conocido slogan sobre el valor de la imagen, acompañamos solamente la siguiente representación gráfica, incluída también en el texto citado, en la que se recogen los elementos allí relacionados y descritos, más significativos. Su interpretación visual es inmediata por lo que confíamos que, al menos la figura, ya que no nos resulta factible la inclusión de todas sus propiedades métricas anexas, pudiera despertar algún interés.



Se comprueba así, en esta figura, la existencia de una multiplicidad de alineaciones, concurrencias y paralelismos, ortogonalidades y tangencias, y, también, de igualdades y semejanzas triangulares. Una tal conjunción de propiedades confiere, en efecto, el carácter ciertamente notable, si no se quiere llamar *maravilloso*, al triángulo de ángulos $\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}$.

Como ejemplos, daremos, finalmente, aquí, dos únicas muestras de tales propiedades concretas: 1) La posición del centro del círculo de los nueve puntos en el lado opuesto al vértice C, es común a todos los triángulos pseudorrectángulos, mientras que su triple coincidencia, además, con el punto intersección de la recta de Euler y el eje órtico, y con el punto medio de los centros de los otros dos "círculos de nueve puntos", es ya específica del cumplimiento de **(I)**; y 2), asimismo, la simetría respecto del eje órtico de dos círculos significativos, el círculo circunscrito y el círculo de centro el ortocentro, con relación al cual es autopolar el triángulo, es también, únicamente, privativa de **(I)**. Como decíamos en la opinión citada anterior, el haz definido por estos dos círculos es el elemento esencial en este contexto, por su condición invariante global en la triple geometría descrita, esto es, en la generación a partir de uno cualquiera de los tres pares de puntos básicos simétricamente relacionados.